



TITLE:

量子ドットの物理(計算物理,第40回
物性若手夏の学校(1995年度),講義
ノート)

AUTHOR(S):

飯高, 敏晃

CITATION:

飯高, 敏晃. 量子ドットの物理(計算物理,第40回 物性若手夏の学校
(1995年度),講義ノート). 物性研究 1995, 65(2): 217-250

ISSUE DATE:

1995-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/95622>

RIGHT:

量子ドットの物理

飯高 敏晃

理化学研究所 国際フロンティア ナノ電子材料

〒351-01 和光市広沢2-1

<http://www.cfi.waseda.ac.jp/users/iitaka/>

概要

半導体微細加工技術の発展にともない、電子の位相緩和長や平均自由行程よりも小さい微細構造中の2次元電子系（量子ドット）のコンダクタンスが測定されるようになってきた。量子ドットのコンダクタンスの揺らぎは、量子ドットの境界での電子の散乱による量子干渉効果によって決まる。このような現象は、第一近似として、ポテンシャル散乱の一体問題としてモデル化される。このモデルを数値的に解く方法の一つに、第1章で解説する再帰的グリーン関数法がある。再帰的グリーン関数法による計算結果は、実験結果の解釈の基礎となるものだが、それだけでは不十分だ。実際の量子ドットでは、位相緩和と呼ばれる多体効果によって量子干渉効果が弱められるからだ。そこで、第2章では、位相緩和とは何か、どのような原理によって起こるのかについて考察する。第3章では、実際に量子ドット中でどのくらいの頻度で位相緩和が起きるのかを説明する理論を紹介し、この理論と実験結果の比較を行う。

1 量子ドットの数値量子力学

1.1 はじめに

「数値流体力学」という学問がある。気体や液体を支配する基本方程式を数値計算して、流体の運動をシミュレートする方法だ。「数値量子力学」では、流体の基本方程式の代わりにシュレーディンガー方程式を計算機で直接解く。そうすれば、ミクロな世界での粒子の運動をシミュレートできる。実際、このような研究が計算機の性能の向上とともに急速に発展してきた。

「数値量子力学」には、2通りのアプローチがある。第一の方法では、時間発展演算子 $\exp(-iHt/\hbar)$ を数値的に計算し、波束の時間発展を求めて量子力学的粒子のダイナミックな動きを直観的に捉える [1]。第二の方法では、時間発展演算子の時間に関するフーリエ変換（グリーン関数） $G(E)$ を数値的に計算し、エネルギーの関数としての粒子の性質を定量的に捉える [3]。エネルギーの方法と時間発展の方法が互いに等価であることは量子力学の基本原則が保証している [4] が、それぞれに適した応用がある。

本章では、一次元の tight binding モデルを例として、グリーン関数の数値計算により散乱ポテンシャルによる電気電導を求める方法について述べる。まず計算機の中でシュレーディンガー方程式がどのように離散化されるかから始め、時間発展演算子、グリーン関数の基本的性質を復習し、グリーン関数の行列要素と電気電導との関係、再帰グリーン関数法による行列要素の求め方などを解説する。ゼミでは、この数値計算法を用いて具体的問題を解き、量子力学の基本的なしくみの理解を深める。また、量子ドットにおける量子カオスの問題 [5, 18] への応用にも少し触れたい。読者に必要な知識は、量子力学の初歩（たとえば文献 [4] の第2章）、および FORTRAN の基礎文法である。

1.2 離散化

計算機でシュレーディンガー方程式を解くには、偏微分方程式を離散的なベクトル方程式に置き換える必要がある。そのために、連続な直線を図 1.1 のように離散化し、方程式中の波動関数の微分を格子点 $x_n = n \times \Delta x$ ($n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$) 上の確率振幅 ϕ_n の差分で近似する。粒子が n 番目の格子点に見つかる確率は $P_n = |\phi_n|^2$ で与えられる。

粒子の量子的な状態は、複素確率振幅の集まりからなる縦ベクトル（ケッ

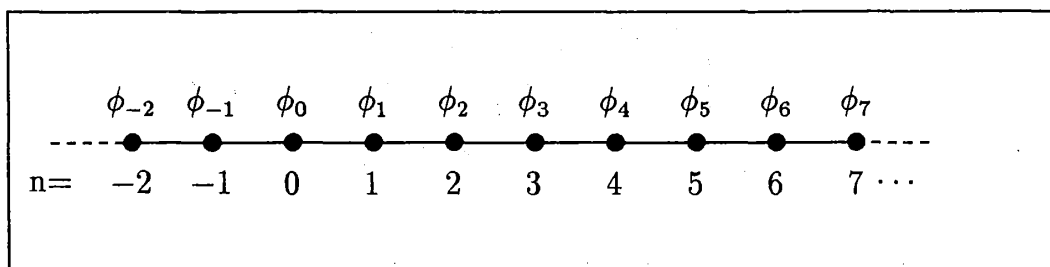


図 1.1: 無限の鎖

トと呼ぶ)

$$|\phi\rangle = \begin{bmatrix} \vdots \\ \phi_{-1} \\ \phi_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (1)$$

で表される。たとえば、 n 番目の格子に粒子がある状態のケットは、

$$|n\rangle = \begin{bmatrix} \vdots \\ \phi_{n-1} = 0 \\ \phi_n = 1 \\ \phi_{n+1} = 0 \\ \phi_{n+2} = 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる。

同様にして、ケットの複素転置行列、ブラ

$$\langle\phi| = [\cdots, \phi_{-1}^*, \phi_0^*, \phi_1^*, \phi_2^*, \cdots] \quad (3)$$

が定義される。たとえば、第 n サイトにある粒子は

$$\langle n| = [\cdots, \phi_{n-1}^* = 0, \phi_n^* = 1, \phi_{n+1}^* = 0, \phi_{n+2}^* = 0, \cdots] \quad (4)$$

となる。

つぎに、ハミルトニアンも離散化しよう。微分演算子を差分で近似すれば、

$$H\phi(x) = \left[\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] \phi(x)$$

$$\begin{aligned}
 &\simeq \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{\Delta x} - \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{\Delta x}}{\Delta x} + V(x_n)\phi_n \\
 &= \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\phi_{n+1} - 2\phi_n + \phi_{n-1}}{(\Delta x)^2} + V(x_n)\phi_n.
 \end{aligned}$$

となり、ハミルトニアンは無限次元の行列になる。

$$H = H_0 + V \quad (5)$$

ただし、

$$H_0 = \frac{-\hbar^2}{2m(\Delta x)^2} \begin{bmatrix} \ddots & \ddots & & & \\ & \ddots & -2 & 1 & \\ & & 1 & -2 & 1 \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & -2 & \ddots \\ & & & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (6)$$

かつ

$$V = \begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & V(x_{-1}) & & & \\ & & V(x_0) & & \\ & & & V(x_1) & \\ & & & & V(x_2) & \ddots \end{bmatrix} \quad (7)$$

である。

1.3 時間発展演算子

離散化したシュレーディンガー方程式

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\phi; t\rangle = H |\phi; t\rangle \quad (8)$$

の形式解は

$$|\phi; t\rangle = \exp\left(\frac{-iH}{\hbar}t\right) |\phi; t=0\rangle. \quad (9)$$

と書ける。ここで、行列の指数関数をつぎのようにテーラー展開で定義した。

$$\exp\left(-\frac{iH}{\hbar}t\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{iH}{\hbar}t\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{iH}{\hbar}\right)^n t^n \quad (10)$$

形式解(9)がシュレーディンガー方程式(8)の解であることが、つぎのように示される。

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} |\phi; t\rangle &= i\hbar \frac{d}{dt} \left[\exp\left(-\frac{iH}{\hbar}t\right) |\phi; t=0\rangle \right] \\ &= \left[i\hbar \frac{d}{dt} \exp\left(-\frac{iH}{\hbar}t\right) \right] |\phi; t=0\rangle \\ &= H \exp\left(-\frac{iH}{\hbar}t\right) |\phi; t=0\rangle = H |\phi; t\rangle. \end{aligned}$$

時刻 t' に位置 x_j に粒子を置いたとき、時刻 t に位置 x_i に粒子が見かる確率 $P(x_i, x_j; t - t')$ を考えよう。粒子を置く前 ($t < t'$) に粒子の見つかる確率がゼロとなるように、遅延境界条件を考慮した時間発展演算子

$$U^R(t - t') = U(t - t')\theta(t - t') = \exp\left(\frac{-iH}{\hbar}(t - t')\right)\theta(t - t') \quad (11)$$

を定義する。ここで、 $\theta(t)$ は

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (12)$$

で定義される階段関数だ。

時刻 t' に格子 x_j に粒子を置いたときの、時刻 t のケットは

$$|\phi; t\rangle = U^R(t - t')|x_j; t'\rangle \quad (13)$$

となり、時刻 t に格子 x_i に粒子の見つかる確率は、

$$P(x_i, x_j; t - t') = |\langle x_i | \phi; t \rangle|^2 = \left| \langle x_i | U^R(t - t') | x_j; t' \rangle \right|^2 \quad (14)$$

と表される。

時間発展演算子 $U(\tau)$ の数値計算法については、文献 [1]、文献 [2] の第 2 章 1 4 節、および、それらの引用文献を参照せよ。

1.4 グリーン関数

時間発展演算子 $U^R(t)$ は系の時間発展を与える。これに対して、グリーン関数 $G(E)$ は特定のエネルギーを持った粒子の確率振幅を与える。グリーン関数は、つぎのように定義される。

$$G(E) = \frac{2\pi}{i} \tilde{U}^R(E) = \frac{1}{E + i\eta - H} \quad (15)$$

ここで、時間発展演算子 $U^R(t)$ の時間に関するフーリエ変換を

$$\begin{aligned} \tilde{U}^R(E) &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp\left(\frac{i(E + i\eta)}{\hbar}\tau\right) U^R(\tau) \\ &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int_0^{\infty} d\tau \exp\left(\frac{i(E + i\eta)}{\hbar}\tau\right) U(\tau) \\ &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int_0^{\infty} d\tau \exp\left(\frac{i(E + i\eta)}{\hbar}\tau\right) \exp\left(-\frac{iH}{\hbar}\tau\right) \\ &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int_0^{\infty} d\tau \exp\left(i\frac{E + i\eta - H}{\hbar}\tau\right) \\ &= \frac{i}{2\pi} \frac{1}{E + i\eta - H}. \end{aligned}$$

とした。ハミルトニアン H が行列であることに注意せよ。微小量 $\eta > 0$ は、積分が $\tau = +\infty$ で収束するように導入した。 η が正であることは、時間発展演算子 U^R の遅延境界条件の結果だ。

グリーン関数の行列要素を定義に戻って表すと、

$$\begin{aligned} G(x_i, x_j; E) &\equiv \langle x_i | G(E) | x_j \rangle \\ &= \frac{2\pi}{i} \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp\left(\frac{i(E + i\eta)}{\hbar}\tau\right) \langle x_i | U(\tau) | x_j \rangle \theta(\tau) \\ &= \frac{2\pi}{i} \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp\left(\frac{i(E + i\eta)}{\hbar}t\right) \langle x_i | \phi; t \rangle \theta(t) \quad (16) \end{aligned}$$

となる。したがって、行列要素 $(i/2\pi) \langle x_i | G(E) | x_j \rangle \Delta E$ は、 E と $E + \Delta E$ の間のエネルギーを持った粒子が、位置 x_j から x_i へ伝播する確率振幅を表す。これは、時刻 $t = 0$ に位置 x_j に粒子を置いたときに時刻 t に位置 x_i に粒子が見つかる確率振幅 $\langle x_i | \phi; t \rangle \theta(t)$ から、振動数 E/\hbar で振動している成分を取り出したものになっている。

1.5 ダイソン方程式*

ハミルトニアン H_0 で表される系のグリーン関数

$$G_0(E) = \frac{1}{E + i\eta - H_0}. \quad (17)$$

がわかっているとき、任意の摂動 U を加えた系

$$H = H_0 + U. \quad (18)$$

のグリーン関数 G

$$G = \frac{1}{E + i\eta - H}. \quad (19)$$

はダイソン方程式

$$G = G_0 + G_0 U G \quad (20)$$

および、これを G について解いた式

$$G = \frac{1}{I - G_0 U} G_0 \quad (21)$$

を満たす。

このことは、つぎのように示される。

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{E + i\eta - H} = \frac{1}{E + i\eta - (H_0 + U)} \\ &= \frac{1}{(E + i\eta - H_0) \left(I - \frac{1}{E + i\eta - H_0} U \right)} \\ &= \frac{1}{I - \frac{1}{E + i\eta - H_0} U} \frac{1}{E + i\eta - H_0} \\ &= \frac{1}{I - G_0 U} G_0 \end{aligned}$$

両辺に $I - G_0 U$ を掛ければ、ダイソン方程式 (20) が証明される。以上の計算では、行列の積の逆行列に関する公式 $\frac{1}{AB} = \frac{1}{B} \frac{1}{A}$ を用いた。

*ダイソン方程式という用語はふつう多体問題において用いられるが、ここでは一体問題についても使用する。

1.6 Landauer-Büttiker 公式

コンダクタンス G (電気抵抗の逆数) は、Landauer-Büttiker 公式

$$G = \frac{e^2}{\pi\hbar} |t|^2 = \frac{e^2}{\pi\hbar} \left| \frac{\hbar v_f}{\Delta x} G(x_R, x_L; E_f) \right|^2 \quad (\text{スピン縮退を考慮}) \quad (22)$$

によりグリーン関数を使って表される。ここで、 $T = |t|^2$ は電子の透過確率だ。

このことは、つぎのように示される。距離 L だけ離れた左右の電極のあいだに電圧 $\mathcal{E}L$ をかけたとしよう。このとき流れた電流 J が判ればコンダクタンスは $G = J/\mathcal{E}L$ で求められる。電流は、断面を流れる単位時間当たりの電荷だから、

$$J = e \frac{N_e}{L} v_f T = \frac{e^2}{\pi\hbar} T \mathcal{E} L \quad (23)$$

と表される。ここで、散乱領域に流れ込む電子の数

$$N_e = \rho(E_f) \times e \mathcal{E} L \quad (24)$$

および、スピン縮退を考慮した状態密度

$$\rho(E_f) = \frac{2}{\frac{dE}{dk} \frac{dn}{dn} \Big|_{k=k_f}} = \frac{2}{\hbar v_f \frac{2\pi}{L}} = \frac{L}{\pi \hbar v_f} \quad (25)$$

を用いた。

また、グリーン関数の行列要素が単位エネルギー当たりの遷移振幅を与えることにより、透過振幅は

$$t = \Delta E \frac{i}{2\pi} G(x_R, x_L; E) = \frac{2\pi \hbar v_f}{\Delta x} \frac{i}{2\pi} G(x_R, x_L; E) \quad (26)$$

と表される。ここで $\Delta E = 2\pi \hbar v_f / \Delta x$ は、フェルミエネルギーでの1格子当たりのエネルギー間隔だ。

1.7 再帰グリーン関数法

再帰グリーン関数法では、左側に無限に伸びる電極の既知のグリーン関数から出発して、電極の右側に散乱ポテンシャルを含んだ格子をひとつず

つ付け加えてゆき、最後に右側に無限に伸びる電極とつないで鎖全体のグリーン関数を求める。

まず、電極の中ではポテンシャルが一定なので、電極のエネルギー固有値、波動関数が解析的に求まる。したがって、電極のグリーン関数は、グリーン関数のスペクトル表示

$$\begin{aligned} G(E) &= \sum_m |E_m\rangle \langle E_m| \frac{1}{E + i\eta - H} = \sum_m |E_m\rangle \langle E_m| \frac{1}{E + i\eta - E_m} \\ &= \sum_m |E_m\rangle \frac{1}{E + i\eta - E_m} \langle E_m| = \sum_m \frac{|E_m\rangle \langle E_m|}{E + i\eta - E_m}. \end{aligned} \quad (27)$$

を用いて求めることができる。ここで、固有状態の完全性 $\sum_m |E_m\rangle \langle E_m| = I$ を用いた。上の式が行列を表していることに注意せよ。

n 番目の格子まで繋がった半直線 H_n^L のグリーン関数

$$G_n^L = \frac{1}{E + i\eta - H_n^L} \quad (28)$$

がわかっているとしよう。非摂動系として n 番目の格子まで繋がった半直線 H_n^L と孤立した $n+1$ 番目の格子からなる系

$$H_0 = \left[\begin{array}{c|c} H_n^L & 0 \\ \hline 0 & H_{n+1,n+1} \end{array} \right]. \quad (29)$$

を考える。ハミルトニアンがブロック対角行列になることに注意したい。ブロック対角行列では各ブロックごとに独立に逆行列が計算できるので、系 H_0 に対するグリーン関数は、

$$G_0 = G_n^L + g_{n+1} = \left[\begin{array}{c|c} G_n^L & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & g_{n+1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} G_n^L & 0 \\ \hline 0 & g_{n+1} \end{array} \right] \quad (30)$$

となる。ここで、 n 番目の格子までの半直線のグリーン関数 G_n^L は左上に無限にのびた行列、 $n+1$ 番目の孤立した格子のグリーン関数

$$g_{n+1} = \frac{1}{E + i\eta - \langle n+1|H|n+1\rangle} = \frac{1}{E + i\eta - \frac{\hbar^2}{m\Delta x^2} - V(x_{n+1})} \quad (31)$$

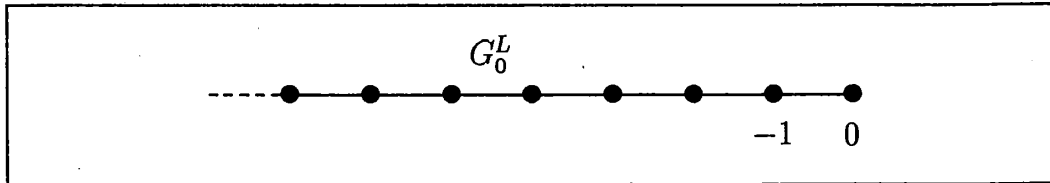


図 1.2: 電極のグリーン関数

は 1×1 の行列である。 $V(x_{n+1})$ は $n+1$ 番目の格子のポテンシャルだ。

式 (21) を用いれば、 $n+1$ 番目の格子を繋げた半直線のグリーン関数はつぎのように求められる。

$$G_{n+1}^L = \frac{1}{I - G_0 U} G_0. \quad (32)$$

ただし、 U として n 番目と $n+1$ 番目の格子を結ぶ行列要素 $\langle n|H|n+1 \rangle$ 、 $\langle n+1|H|n \rangle$ を用いた。

最後に右側に無限に伸びる電極とつないで直線全体のグリーン関数を求めるには、 n 番目の格子まで繋がった半直線のグリーン関数 G_n^L と、 $n+1$ 番目の孤立した格子のグリーン関数 g_{n+1} と、 $n+2$ 番目の格子から右に無限に伸びる半直線のグリーン関数 G_{n+2}^R を、式 (21) を用いてつなぐ。ただし、

$$\begin{aligned} G_0 &= G_n^L + g_{n+1} + G_{n+2}^R \\ &= \left[\begin{array}{c|c|c} G_n^L & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & g_{n+1} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & G_{n+2}^R \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c|c} G_n^L & 0 & 0 \\ \hline 0 & g_{n+1} & 0 \\ \hline 0 & 0 & G_{n+2}^R \end{array} \right]. \end{aligned}$$

とし、 U として n 番目と $n+1$ 番目の格子および $n+1$ 番目と $n+2$ 番目の格子を結ぶ行列要素 $\langle n|H|n+1 \rangle$ 、 $\langle n+1|H|n+2 \rangle$ などを用いた。

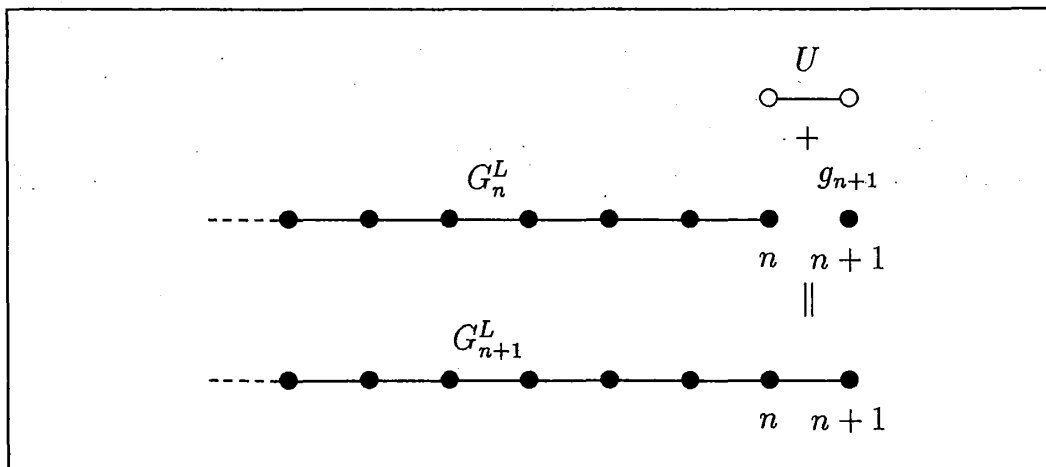


図 1.3: 再帰関係

1.8 行列要素の再帰関係

前節で見たように、直線のグリーン関数全体を求めるには無限次元の行列の逆行列を計算することが必要だ。この困難を回避するために、コンダクタンスの計算に必要な2個の行列要素、 $G(x_L, x_R)$ （透過確率用）と $G(x_R, x_R)$ （反射確率用）、だけを計算することにしよう。ただし、 x_L, x_R は、それぞれ左右の電極上のひとつの格子だ。

この必要な行列要素だけを求めるために、再帰関係のダイソン方程式

$$G_{n+1}^L = G_0 + G_0 U G_{n+1}^L = G_0 + G_{n+1}^L U G_0 \quad (33)$$

$$G_0 = G_n^L + g_{n+1} \quad (34)$$

の行列要素をとれば、

$$\begin{aligned} \langle n+1 | G_{n+1}^L | n+1 \rangle &= \langle n+1 | g_{n+1} | n+1 \rangle \\ &\quad + \langle n+1 | g_{n+1} | n+1 \rangle \langle n+1 | U | n \rangle \langle n | G_{n+1}^L | n+1 \rangle \end{aligned} \quad (35)$$

$$\langle n | G_{n+1}^L | n+1 \rangle = \langle n | G_n^L | n \rangle \langle n | U | n+1 \rangle \langle n+1 | G_{n+1}^L | n+1 \rangle \quad (36)$$

となる。これを $\langle n+1 | G_{n+1}^L | n+1 \rangle$ について解けば、行列要素の再帰関係

$$G_{n+1}^L(n+1, n+1) = \frac{1}{1 - g_{n+1} U(n+1, n) G_n^L(n, n) U(n, n+1)} \times g_{n+1} \quad (37)$$

を得る。同様にして、 $G_{n+1}^L(0, n+1)$ に関する再帰関係

$$G_{n+1}^L(0, n+1) = G_n^L(0, n) U(n, n+1) G_{n+1}^L(n+1, n+1) \quad (38)$$

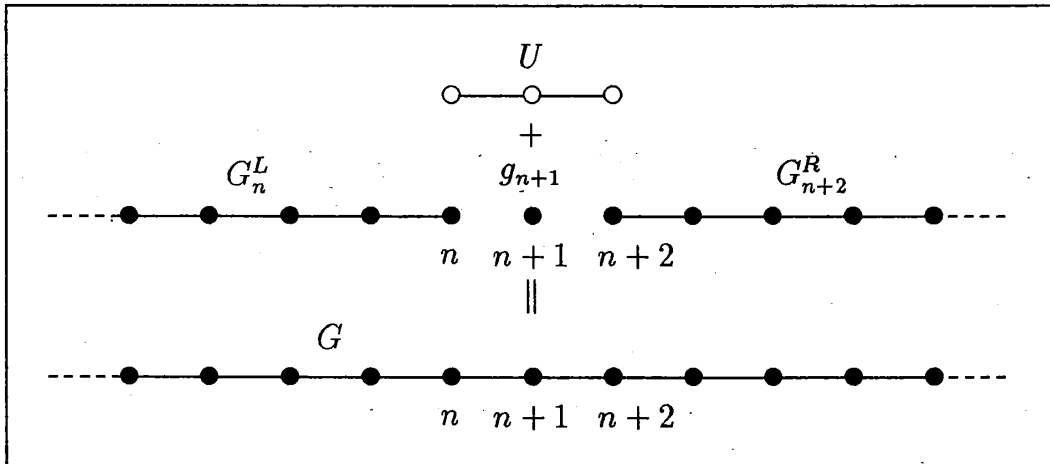


図 1.4: 最後の再帰関係

も得られる。

つぎに、行列要素の最後の再帰関係を求めるために、ダイソン方程式

$$G = G_0 + G_0 U G = G U G_0 \quad (39)$$

$$G_0 = G_n^L + g_{n+1} + G_{n+2}^R \quad (40)$$

の行列要素をとれば、

$$\begin{aligned} \langle n+1|G|n+1\rangle &= \langle n+1|g_{n+1}|n+1\rangle \\ &\quad + \langle n+1|g_{n+1}|n+1\rangle \times \{\langle n+1|U|n\rangle\langle n|G|n+1\rangle \\ &\quad + \langle n+1|U|n+2\rangle\langle n+2|G|n+1\rangle\} \\ \langle n|G|n+1\rangle &= \langle n|G_n^L|n\rangle\langle n|U|n+1\rangle\langle n+1|G|n+1\rangle \\ \langle n+2|G|n+1\rangle &= \langle n+2|G_{n+2}^R|n+2\rangle\langle n+2|U|n+1\rangle\langle n+1|G|n+1\rangle \end{aligned}$$

となる。これを $G(n+1, n+1)$ について解けば、行列要素の最後の再帰関係

$$\begin{aligned} G(n+1, n+1) &= \left[1 - g_{n+1} \left\{ U(n+1, n) G_n^L(n, n) U(n, n+1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + U(n+1, n+2) G_{n+2}^R(n+2, n+2) U(n+2, n+1) \right\} \right]^{-1} g_{n+1} \quad (41) \end{aligned}$$

を得る。同様にして、 $G(0, n+1)$ に関する再帰関係

$$G(0, n+1) = G_n^L(0, n) U(n, n+1) G(n+1, n+1) \quad (42)$$

も得られる。

行列要素の再帰式 (37), (38), (41), (42) は、それぞれ単なる複素数の式なので簡単に計算できる。

1.9 二次元系の量子力学

以上の議論を二次元系の量子力学に拡張するには、図 1.5 の様に縦方向にも N_y 個の格子をつなげて二次元の電極を作り、 N_y 個の格子を縦に串ざしにしたものをひとつずつ電極に付けてゆけば良い。この場合、行列要素の再帰式 (37), (38), (41), (42) は、それぞれ $N_y \times N_y$ の行列で表される。

また、ここで解説した方法は、外部磁場がかかった系にも使えるように拡張できる [6] [†]。図 1.6 に計算例としてある量子ドットのコンダクタンスを磁場の関数として示す。量子干渉効果の結果、コンダクタンスが磁場の関数として激しく振動していることがわかる。

[†]この章で解説した計算方法のプログラムは、<http://www.cfi.waseda.ac.jp/users/iitaka/> で入手可能である。

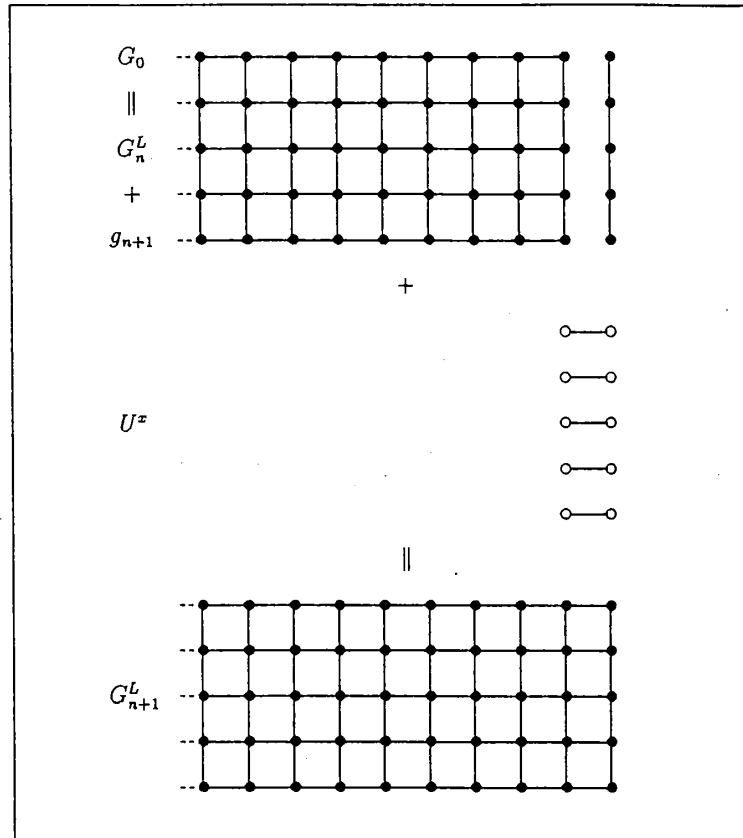


図 1.5: 2次元系のグリーン関数の計算方法

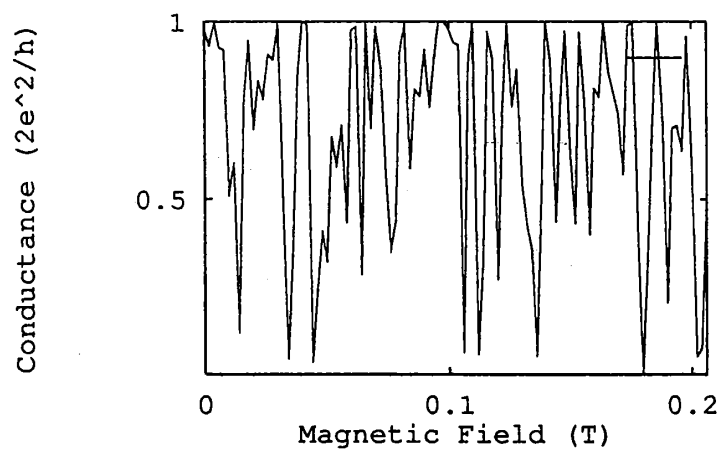


図 1.6: 磁場の関数としての量子ドットのコンダクタンス

2 位相緩和とはなにか

2.1 はじめに

実際に測定される量子干渉効果は、図 1.6 のような一体問題モデルで計算した量子干渉効果よりも小さくなる。この現象は、量子ドット中の多数の電子が、電流を運ぶ電子に対して影響をおよぼすためであり（多体効果）、位相緩和とよばれている。第 2.2 節では、位相緩和とはなにかを見るために、二つ孔の干渉実験を例にとって量子干渉がどのように生じるかを考察する。第 2.3 節では、ひとつの孔の近くに完全な測定装置を置いたときに、量子干渉がどのように破壊される（位相緩和がおこる）かを考察する。第 2.4 節では、量子干渉現象を古典的な光の干渉現象と比較して位相緩和への理解を深める。第 2.5 節では、電子が通るときとき動作する測定装置を孔の近くに置いたときに、量子干渉が部分的に破壊されることを見る。

2.2 測定装置が無いときの量子干渉効果

量子干渉効果の発生と消失を理解するために、思考実験として図 2.1 のような二つ孔の干渉実験装置を考えよう。電子波源 O から放射された電子は遮蔽板上の孔 A 、または孔 B を通って蛍光板上の点 x に到達する。電子が蛍光板に到達するとその点が光る。

まず、孔 B を塞いで孔 A だけが開いている状態で実験をすると、図 2.2(a) のような発光パターン $P_A(x)$ が得られる。つぎに、孔 A を塞いで孔 B だけ

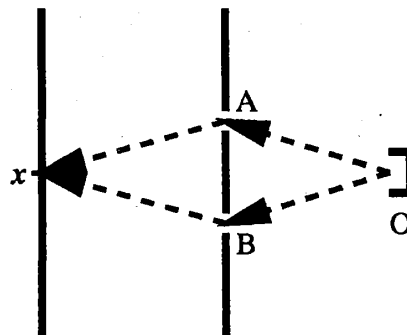


図 2.1: 二つ孔の干渉実験

が開いている状態で実験をすると、図 2.2(b) のような発光パターン $P_B(x)$ が得られる。さて、孔 B と孔 A と両方とも開いている状態で実験をすると、どのような発光パターンが見えるだろうか。ちょっと考えると、図 2.3(a) のように孔 A と孔 B の発光パターンの和 $P_{A+B}(x) = P_A(x) + P_B(x)$ が得られるように思われるが、実は、図 2.3(b) のように激しい振動を持ったパターンが得られる。

この不思議な現象は、量子力学によれば次のように説明される。波源 O から放射された電子が蛍光板上の点 x に到達する確率 P_{xO} は、対応する確率振幅 $\langle x|O \rangle$ の絶対値の自乗で表される。孔 A を通る確率振幅は

$$\langle x|A \rangle \langle A|O \rangle = |\langle x|A \rangle \langle A|O \rangle| e^{i\varphi_{xAO}} \quad (1)$$

と表されるので、孔 A だけが開いているときの確率 P_A は、

$$P_A = |\langle x|A \rangle \langle A|O \rangle|^2 \quad (2)$$

となる*。同様にして、孔 B を通る確率振幅は、

$$\langle x|B \rangle \langle B|O \rangle = |\langle x|B \rangle \langle B|O \rangle| e^{i\varphi_{xBO}} \quad (3)$$

と表され、孔 B だけが開いているときの確率 P_B は

$$P_B = |\langle x|B \rangle \langle B|O \rangle|^2 \quad (4)$$

*たとえば、エネルギー ϵ を持った粒子が波源 O から孔 A に至る確率振幅は、正確にはグリーン関数の行列要素を使って $\langle A|G(\epsilon)|O \rangle$ と書くべきだが、式を簡潔にするため $\langle A|O \rangle$ と略記することにする。

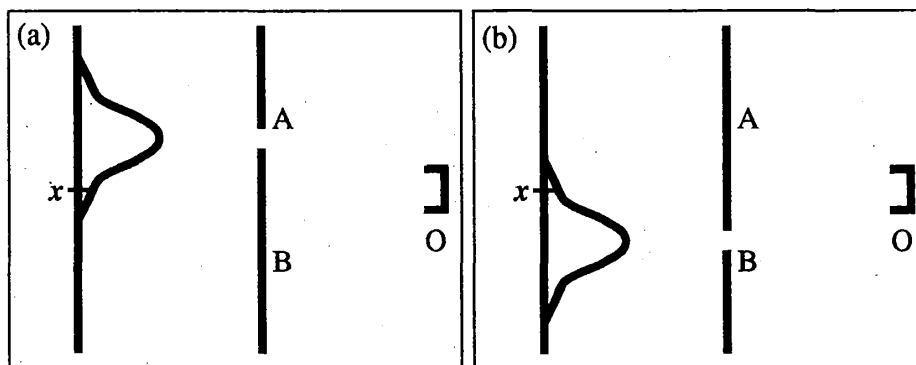


図 2.2: 一つの孔だけ開いているとき

となる。ここで、各振幅の位相を φ_{xAO} 、 φ_{xBO} で表した。各位相 $\varphi_{xAO}(x)$ 、 $\varphi_{xBO}(x)$ は、それぞれ最終到達点 x に依存する関数であることに注意したい。また、確率振幅の位相は電子のエネルギー ϵ や外部磁場 B_0 にも依存するので [4]、各位相は $\varphi_{xAO}(x; \epsilon, B_0)$ 、 $\varphi_{xBO}(x; \epsilon, B_0)$ とも書ける。

両方の孔が開いている場合、波源 O から放射された電子が蛍光板上の点 x に到達するには孔 A を通る経路と孔 B を通る経路があるので、確率振幅 $\langle x|O \rangle$ は孔 A を通る確率振幅と孔 B を通る確率振幅の和

$$\langle x|O \rangle = \langle x|A \rangle \langle A|O \rangle + \langle x|B \rangle \langle B|O \rangle \quad (5)$$

になる。この式は、

$$\langle x|O \rangle = \langle x| \left\{ |A\rangle \langle A| + |B\rangle \langle B| \right\} |O \rangle \quad (6)$$

とも書けるので、遮蔽板の演算子

$$|A\rangle \langle A| + |B\rangle \langle B| \quad (7)$$

が定義できる。

この確率振幅を用いれば、確率 P_{xO} は

$$\begin{aligned} P_{xO} &= \left| \langle x|O \rangle \right|^2 = \left| \langle x|A \rangle \langle A|O \rangle + \langle x|B \rangle \langle B|O \rangle \right|^2 \\ &= \left| \langle x|A \rangle \langle A|O \rangle \right|^2 + \left| \langle x|B \rangle \langle B|O \rangle \right|^2 \\ &\quad + \langle x|A \rangle \langle A|O \rangle \langle x|B \rangle^* \langle B|O \rangle^* + \langle x|A \rangle^* \langle A|O \rangle^* \langle x|B \rangle \langle B|O \rangle \end{aligned}$$

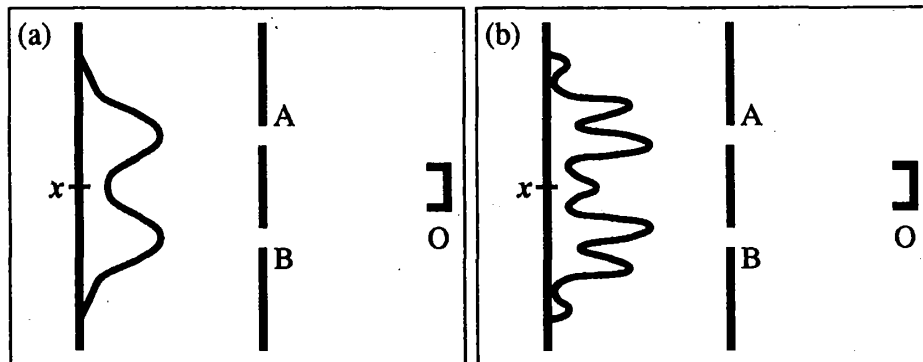


図 2.3: 二つの孔が開いているとき

$$= \left| \langle x|A\rangle\langle A|O\rangle \right|^2 + \left| \langle x|B\rangle\langle B|O\rangle \right|^2 + 2\cos(\varphi_{xAO} - \varphi_{xBO}) \left| \langle x|A\rangle\langle A|O\rangle\langle x|B\rangle^*\langle B|O\rangle^* \right| \quad (8)$$

となる。測定点 x を変化させると、式 (8) の第 3 項は二つの経路の確率振幅の位相差 $\varphi_{xAO}(x) - \varphi_{xBO}(x)$ に対応して激しく振動する。これが謎の振動を与える量子力学的干渉項である。孔が一つの際には確率振幅の位相は表に出て来なかったが、孔が二つになると、2つの経路に対応する2つの確率振幅の位相差が量子干渉に重要な役割を果たすのだ。測定点 x を固定したまま電子のエネルギー ϵ あるいは外部磁場 B_0 を変化させた場合も、同じような量子干渉効果が観測される。この場合には、確率振幅の位相差 $\varphi_{xAO}(\epsilon) - \varphi_{xBO}(\epsilon)$ あるいは $\varphi_{xAO}(B_0) - \varphi_{xBO}(B_0)$ を観測していることになる。

2.3 測定装置が有るときの量子干渉効果

この節では、実験装置を少し改良しよう。図 2.4 のように孔 A の近くに状態を off にした測定装置を置く。この測定装置は、非常に高性能で電子が孔 A を通ると確率 100% で状態が off から on になる。この装置を使うと、蛍光板上の電子のパターンはどうなるのか、量子力学の原理にしたがって考えよう。

系全体のケットを、電子のケットと測定装置のケットを用いて、たとえば、

$$|O, \text{off}\rangle = |O\rangle \otimes |\text{off}\rangle \quad (9)$$

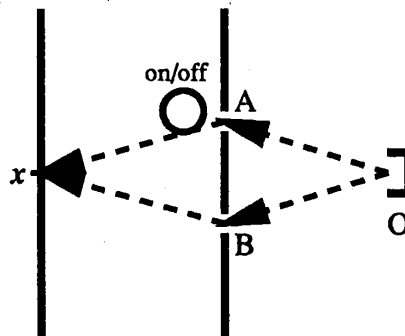


図 2.4: 測定装置付きの干渉実験

のように定義しよう。このケットは、電子が波源 O にいて測定装置が off になっている状態を表す。同様に、系全体のブラ

$$\langle B, \text{off} | = \langle B | \otimes \langle \text{off} | \quad (10)$$

なども定義できる。すると、ブラとケットの内積は

$$\langle B, \text{off} | O, \text{off} \rangle = \langle B | O \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle = \langle B | O \rangle \quad (11)$$

のように計算できる。電子のブラは電子のケットに作用し、測定装置のブラは測定装置のケットに作用することに注意しよう。

孔 A に入ってきた電子は、測定装置を off から on にするので、孔 A の演算子は $|A, \text{on}\rangle\langle A, \text{off}|$ と表される。孔 B に入ってきた電子は、測定装置を off のままにするので、孔 B の演算子は $|B, \text{off}\rangle\langle B, \text{off}|$ と表される。したがって、遮蔽板の演算子は

$$|A, \text{on}\rangle\langle A, \text{off}| + |B, \text{off}\rangle\langle B, \text{off}| \quad (12)$$

となる。

さて、測定装置が off で電子が O から放射されたとき、電子が蛍光板の点 x に到達して、かつ測定装置が off になっている確率振幅を求めると

$$\begin{aligned} \langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle &= \langle x, \text{off} | \left\{ |A, \text{on}\rangle\langle A, \text{off}| + |B, \text{off}\rangle\langle B, \text{off}| \right\} | O, \text{off} \rangle \\ &= \langle x, \text{off} | A, \text{on} \rangle \langle A, \text{off} | O, \text{off} \rangle + \langle x, \text{off} | B, \text{off} \rangle \langle B, \text{off} | O, \text{off} \rangle \\ &= \langle x | A \rangle \langle \text{off} | \text{on} \rangle \langle A | O \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle + \langle x | B \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle \langle B | O \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle \\ &= \langle x | B \rangle \langle B | O \rangle \end{aligned} \quad (13)$$

となる。したがって、事象 $[O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{off}]$ が起こる確率は、

$$P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{off}]) = |\langle x | B \rangle \langle B | O \rangle|^2 = P_B \quad (14)$$

となり、孔 B だけが開いている場合と同じになる。

同様に、測定装置が off で電子が O から放射されて、蛍光板の点 x に到達し、かつ測定装置が on になっている確率は、

$$P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{on}]) = |\langle x | A \rangle \langle A | O \rangle|^2 = P_A \quad (15)$$

となり、孔 A だけが開いている場合と同じになる。

式(14)と(15)より、(測定装置の最終状態にかかわらず)電子がOから放射されて蛍光板の点 x に到達する確率は、

$$\begin{aligned} P(O \rightarrow x) &= P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{off}]) + P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{on}]) \\ &= P_B + P_A \end{aligned} \quad (16)$$

となる。これは、測定装置が無いときの、孔Bだけが開いていた場合の確率と孔Aだけが開いていた場合の確率の和になっている。干渉項が消失していることに注意せよ。つまり、電子がどちらの孔を通ったか測定すると、確率振幅の位相が持っている情報が消失するのだ。このような現象を位相緩和と呼ぶ[11]。

2.4 光の干渉効果

前節の計算で、測定装置が量子干渉効果を破壊することを明らかにした。しかし、確率を求めるときに

$$P(O \rightarrow x) = \left| \langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle + \langle x, \text{on} | O, \text{off} \rangle \right|^2 \quad (17)$$

のように確率振幅を足してから絶対値の自乗を計算しないで、

$$P(O \rightarrow x) = \left| \langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle \right|^2 + \left| \langle x, \text{on} | O, \text{off} \rangle \right|^2 \quad (18)$$

のように、それぞれの振幅の絶対値の自乗をとってから足した。なぜこのような計算方法をとったのか、疑問に思うかもしれない。この問題を図2.5のような2つ孔の光の干渉を例にとって考えよう。蛍光板が2次元になっている点特徴的だ。

光源Oから放射された光は、孔Aまたは孔Bを通して蛍光板上の各点に届く。図2.5(a)のように、光源Oから出発して、それぞれ孔Aと孔Bを通して蛍光板上の同一の点 $P = (x, y)$ に届いた2本の光線OAPと光線OBPは、互いに干渉して点Pでの強度

$$\left| \text{OAP} + \text{OBP} \right|^2 = \left| \text{OAP} \right|^2 + \left| \text{OBP} \right|^2 + 2\text{Re} \{ \text{OAP} \times \text{OBP}^* \} \quad (19)$$

を決める。

これに対して、図2.5(b)のように、光源Oから出発して、それぞれ孔Aと孔Bを通して蛍光板上の異なった点 $P = (x, y)$ と $P' = (x, y')$, $y' \neq y$

y に届いた2本の光線 OAP と光線 OBP' は、それぞれ、点 P および点 P' での強度に寄与するが、2本の光線が互いに干渉することはない。つまり、最終到達点が2次元空間中の異なった点ならば、たとえ、それぞれの最終到達点の2次元座標のうち1つが共通であっても、振幅は干渉しないのだ。これは、光に限らず振幅の干渉について一般的にいえる性質である。

さて、第2.3節の量子干渉の消失の問題に戻ろう。この場合、全系の最終的な状態は次の図のような2次元空間で表される。

	...	x'	x	x''	...
on	$\langle x, \text{on} O, \text{off} \rangle$
off	$\langle x, \text{off} O, \text{off} \rangle$

確率振幅 $\langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle$ と $\langle x, \text{on} | O, \text{off} \rangle$ は、異なった最終状態を持つので、それぞれの確率は $|\langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle|^2$ と $|\langle x, \text{on} | O, \text{off} \rangle|^2$ で与えられ、粒子が（測定装置の最終状態に関わらず）点 x に来る確率は

$$\begin{aligned}
 & |\langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle|^2 + |\langle x, \text{on} | O, \text{off} \rangle|^2 \\
 &= |\langle x | B \rangle \langle B | O \rangle|^2 + |\langle x | A \rangle \langle A | O \rangle|^2
 \end{aligned} \quad (20)$$

となる。したがって、完全な測定装置がある場合は量子干渉効果が消失するのだ。

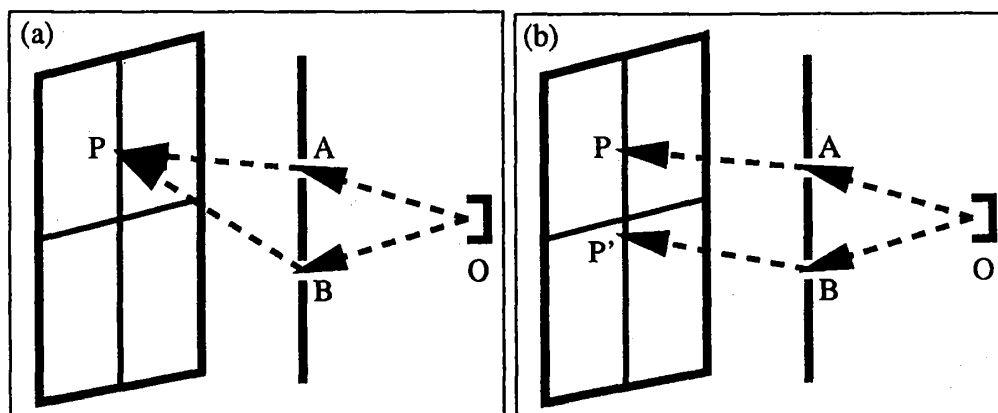


図 2.5: 光の干渉実験

2.5 なまけものの測定装置

この節ではなまけものの測定装置について考えて見よう。図 2.4 のように孔 A の近くに状態を off にした測定装置を置く。この測定装置は、なまけもので電子が孔 A を通ると確率 $|c_1|^2$ で状態が off から on に変化するが、確率 $|c_2|^2 = 1 - |c_1|^2$ で状態が off のまま変化しない。この装置を使うと、蛍光板上の電子のパターンはどうなるのか、ふたたび量子力学の原理にしたがって考えよう。

孔 A に入ってきた電子は、測定装置を確率 $|c_1|^2$ で状態 off から on に変化させ、確率 $|c_2|^2 = 1 - |c_1|^2$ で状態 off のまま変化させない。したがって、孔 A の演算子は

$$|A, \text{on}\rangle c_1 \langle A, \text{off}| + |A, \text{off}\rangle c_2 \langle A, \text{off}| \quad (21)$$

と表される。孔 B に入ってきた電子は、測定装置を off のままにするので、孔 B の演算子は

$$|B, \text{off}\rangle \langle B, \text{off}| \quad (22)$$

と表される。したがって、遮蔽板の演算子は

$$|A, \text{on}\rangle c_1 \langle A, \text{off}| + |A, \text{off}\rangle c_2 \langle A, \text{off}| + |B, \text{off}\rangle \langle B, \text{off}| \quad (23)$$

となる。

さて、測定装置が off で電子が O から放射されたとき、電子が蛍光板の点 x に到達し、かつ測定装置が off になっている確率振幅を求めると

$$\begin{aligned} & \langle x, \text{off} | O, \text{off} \rangle \\ &= \langle x, \text{off} | \left\{ |A, \text{on}\rangle c_1 \langle A, \text{off}| + |A, \text{off}\rangle c_2 \langle A, \text{off}| + |B, \text{off}\rangle \langle B, \text{off}| \right\} |O, \text{off}\rangle \\ &= c_1 \langle x, \text{off} | A, \text{on}\rangle \langle A, \text{off} | O, \text{off}\rangle \\ &\quad + c_2 \langle x, \text{off} | A, \text{off}\rangle \langle A, \text{off} | O, \text{off}\rangle + \langle x, \text{off} | B, \text{off}\rangle \langle B, \text{off} | O, \text{off}\rangle \\ &= c_1 \langle x | A \rangle \langle \text{off} | \text{on} \rangle \langle A | O \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle \\ &\quad + c_2 \langle x | A \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle \langle A | O \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle + \langle x | B \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle \langle B | O \rangle \langle \text{off} | \text{off} \rangle \\ &= c_2 \langle x | A \rangle \langle A | O \rangle + \langle x | B \rangle \langle B | O \rangle \end{aligned} \quad (24)$$

となる。したがって、事象 $[O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{off}]$ が起こる確率は、

$$\begin{aligned} & P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{off}]) \\ &= \left| c_2 \langle x | A \rangle \langle A | O \rangle + \langle x | B \rangle \langle B | O \rangle \right|^2 \end{aligned}$$

$$= |c_2|^2 P_A + P_B + 2c_2 \cos(\varphi_{xAO} - \varphi_{xBO}) \left| \langle x|A\rangle \langle A|O\rangle \langle x|B\rangle \langle B|O\rangle \right| \quad (25)$$

となる。

同様にして、測定装置が off で電子が O から放射されて、蛍光板の点 x に到達したとき、測定装置が on になっている確率は、

$$P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{on}]) = \left| c_1 \langle x|A\rangle \langle A|O\rangle \right|^2 = |c_1|^2 P_A \quad (26)$$

となる。

したがって、電子が O から放射されて蛍光板の点 x に到達する確率は、

$$\begin{aligned} P(O \rightarrow x) &= P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{off}]) + P([O, \text{off}] \rightarrow [x, \text{on}]) \\ &= P_B + P_A \\ &\quad + 2c_2 \cos(\varphi_{xAO} - \varphi_{xBO}) \left| \langle x|A\rangle \langle A|O\rangle \langle x|B\rangle^* \langle B|O^*\rangle \right| \end{aligned} \quad (27)$$

となる。これは、孔 B だけおよび孔 A だけが開いていた場合の確率の和に、なまけもの係数 c_2 に比例する干渉項が加わっていることに注意せよ。この干渉が起こるのは、孔 A を通る振幅のうち c_2 に比例する分が孔 B の振幅と同じ最終状態 $|x, \text{off}\rangle$ になるからだ。このことは、全系の最終状態を表す 2 次元空間を使えば、

	...	x'	x	x''	...
on	$c_1 \langle x A\rangle \langle A O\rangle$
off	$c_2 \langle x A\rangle \langle A O\rangle + \langle x B\rangle \langle B O\rangle$

と表される。同じ最終状態を持つ振幅 $c_2 \langle x, \text{off}|A, \text{off}\rangle \langle A, \text{off}|O, \text{off}\rangle$ と $\langle x, \text{off}|B, \text{off}\rangle \langle B, \text{off}|O, \text{off}\rangle$ が互いに干渉するのだ。測定装置が完全に働く ($c_1 = 1, c_2 = 0$) ととき干渉効果は消失し、測定装置が完全に働かない ($c_1 = 0, c_2 = 1$) ととき干渉効果は完全に復元する。測定装置がときどき働くとき ($0 < |c_2| < 1$)、不完全な干渉効果が起こる。

このように量子系が外部の系（環境）と相互作用することにより、量子干渉効果が失われるという考え方をする物理学者は、「環境学派」と呼ばれている。量子干渉の消失に関する他の考え方については、文献 [9] を参照せよ。

2.6 量子ドットの場合

図2.4で、孔のあいた遮蔽板を取り去り系の周りをポテンシャルの壁で囲めば、量子ドットの干渉現象を説明する図2.6のようなモデルができあがる。もはや遮蔽板がないので点 O から点 x へ行く電子の経路は無数にある。これらの経路の振幅が互いに干渉してコンダクタンスにおける量子干渉効果が生じるのだ。

量子ドットの内部には、点 O から点 x への電気伝導を担う電子（アクティブ電子と呼ぼう）の他にも多数の電子が2次元電子ガスとして存在するので、これらの電子がアクティブ電子に対して「測定装置」の役割を果たす。アクティブ電子が通ったときに2次元電子ガスが基底状態(off)から励起状態(on)に励起されると、量子ドットの量子干渉効果は消失する。2次元電子ガスは、アクティブ電子が通るとときどき働くなまけものの測定装置だ。この測定装置がどの程度の頻度で働くかを表すために、2次元電子ガスが励起される平均時間間隔（位相緩和時間） τ_ϕ が用いられる。位相緩和時間内にアクティブ電子が移動する距離 $v_f\tau_\phi$ を位相緩和長という。また、単位時間あたりに励起が起こる回数 $1/\tau_\phi$ を位相緩和率と呼ぼう。第3章では、2次元電子ガス中での電子の位相緩和率を計算しよう。ただし、電子ガス中の電子は、互いにクーロン相互作用をしているので、正確には電子そのものではなくて相互作用を繰り込んだ準粒子[8]を扱うことになる。

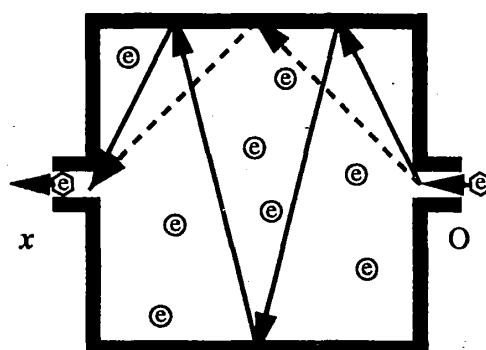


図 2.6: 量子ドットでの干渉

3 量子ドットの位相緩和

3.1 はじめに

不純物の無い3次元電子ガス中では、準粒子の位相緩和時間 τ_ϕ は準粒子の励起エネルギーの逆自乗に比例する。したがって、低励起エネルギーの準粒子の寿命は非常に長くなる。このことは、電子ガスのフェルミ液体論 [7, 8] の基礎と成っており、多くの物理学者によって研究されてきた。電子ガス中に多くの不純物がある場合は、準粒子は不純物に散乱されて拡散的な運動をするようになる。このような拡散領域における準粒子の量子干渉効果の研究により、不純物散乱の位相緩和に対する影響が研究されてきた [10, 12, 13]。不純物の無い（バリスティックな）2次元電子ガス [14, 15, 16] 中の位相緩和についても研究されてきた。ところが、最近、量子ドットと呼ばれる、ポテンシャルによって閉じこめられた2次元電子ガス中の位相緩和率（位相緩和時間の逆数）が測定されるようになり [17, 18]、このような閉じこめられた2次元電子ガス中の位相緩和率に対して理論的興味を持たれるようになってきた。

不純物のない無限に広がった電子ガスと比べると、拡散領域の電子ガスと量子ドット内のバリスティックな電子ガスは、ポテンシャル散乱があるという点で共通している。準粒子は、不純物ポテンシャルあるいは量子ドットのポテンシャル壁によって散乱される。拡散領域の電子ガスの位相緩和時間は不純物のない電子ガスに比べてずっと短くなるが、これには二つの理由がある。第一に、不純物散乱は電子の運動を妨げるので電子ガスの金属的な性質を弱める。つまり、クーロン力に対する遮蔽が弱くなる。第二に、準粒子と不純物ポテンシャルとの間で運動量移行が許されるので終状態の位相空間が広がる。バリスティックな量子ドットでは、準粒子は量子ドット内を自由に運動できるので、遮蔽効果は無限に広がった電子ガスとほとんど変わらないはずだ。しかし、準粒子は量子ドットの壁に運動量を与えることができるので、ポテンシャルへの運動量移行の影響は重要になる可能性がある。したがって、量子ドット中の位相緩和時間は、不純物のない無限に広がった電子ガスと比べて短くなることが予想される。以下、ポテンシャルへの運動量移行の位相緩和時間に対する影響を、準粒子の古典軌道を用いて計算する [19, 20, 21, 22]。

第3.2.1節では、量子力学の摂動論を用いて無限に広がった2次元電子ガス中での位相緩和時間を求める方法を復習する。第3.2.2節では、任意の古典軌道を持った準粒子の位相緩和時間に対する半古典的表式を導く。第

3.3節では、この方法を等速直線運動、反射、水切り運動をする準粒子に対して具体的に計算する。第3.4節では、本章の理論と最近得られた測定結果を比較する。

3.2 計算方法

3.2.1 量子論

まず、Giuliani and Quinn [16] にしたがって、無限に広がった2次元電子ガス中を等速直線運動する準粒子の位相緩和率を摂動論を使って計算しよう。

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{-1}{\hbar(1 + e^{-\xi/k_B T})} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) - \tanh\left(\frac{\hbar\omega - \xi}{2k_B T}\right) \right] \times \frac{2\pi e^2}{q} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)}\right) \delta\left(\omega - \frac{\xi + \mu - E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}{\hbar}\right) \quad (1)$$

ここで、 μ は化学ポテンシャル、 $E_{\mathbf{p}}$ は運動量 $\hbar\mathbf{p}$ の準粒子のエネルギー、 $\xi = E_{\mathbf{p}} - \mu$ は準粒子の励起エネルギーである。

絶対零度では、(1) 中の温度因子は、

$$\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) - \tanh\left(\frac{\hbar\omega - \xi}{2k_B T}\right) \right] = \begin{cases} 2 & (0 < \hbar\omega < \xi) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2)$$

となって、準粒子の励起エネルギー ξ 以下のエネルギー移行のみを許す。したがって、(1) はつぎのように簡単化される。

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{-2}{\hbar} \int_0^{\xi/\hbar} d\omega \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)}\right) \delta\left(\omega - \frac{\xi + \mu - E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}{\hbar}\right) \quad (3)$$

電子正孔励起に対する、誘電関数の長波長近似 [14, 16]

$$\operatorname{Im}\left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)}\right) = -\frac{\hbar\omega}{2e^2 p_f} \sqrt{1 - \left(\frac{m\omega}{\hbar q p_f}\right)^2} \quad (4)$$

を (3) に代入すれば、 $T = 0$ における位相緩和率の主要項

$$\frac{1}{\tau_\phi} = -\frac{E_f}{4\pi\hbar} \left(\frac{\xi}{E_f}\right)^2 \ln\left(\frac{\xi}{E_f}\right) \quad (5)$$

が得られる。ただし、 E_f はフェルミエネルギーである。

温度領域 $\xi \ll k_B T \ll E_f$ では、(1) 中の温度因子は

$$\lim_{\omega \rightarrow \pm\infty} \left[\coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) - \tanh \left(\frac{\hbar\omega - \xi}{2k_B T} \right) \right] = \pm 4 \exp \left(\mp \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right) \quad (6)$$

と近似できる。したがって、エネルギー移行が熱エネルギー $k_B T$ 以下の励起、脱励起過程が許される。この指数因子は、 ω 積分の上限、下限によって近似的に置き換えられ、(1) は

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{-2}{\hbar} \int_{-k_B T/\hbar}^{k_B T/\hbar} d\omega \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{q}, \omega)} \right) \delta \left(\omega - \frac{\xi + \mu - E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}{\hbar} \right) \quad (7)$$

となる。誘電関数の長波長近似 (4) を代入すれば、温度領域 $\xi \ll k_B T \ll E_f$ における位相緩和率の主要項

$$\frac{1}{\tau_\phi} = -\frac{E_f}{2\pi\hbar} \left(\frac{k_B T}{E_f} \right)^2 \ln \left(\frac{k_B T}{E_f} \right) \quad (8)$$

を得る。式 (8) は、絶対零度の式 (5) の ξ を $k_B T$ で置き換えて、全体を 2 倍すれば得られることに注意したい。また、量子ドットで問題になるような低励起エネルギーの準粒子に対しては、プラズモン励起は禁止されている。

3.2.2 半古典論

つぎに、電子ガス中を運動している荷電粒子の単位時間あたりのエネルギー損失に対する古典論の式を利用して位相緩和率を求めよう。単位時間あたりのエネルギー損失を一回の散乱で失うエネルギーで割れば、位相緩和率が分かるはずだ。荷電粒子が単位時間あたりに失うエネルギーは、その荷電粒子に働いてる電気力と粒子の速度の内積で表される [19, 20, 21, 22]。

$$-\frac{dE}{dt} = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}_0(t), t) \cdot \mathbf{v}_0(t) \quad (9)$$

ただし、 $e < 0$ は粒子の電荷、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0(t), t)$ は粒子の位置での電場、 $\mathbf{r}_0(t)$ は粒子の古典軌道、そして、 $\mathbf{v}_0(t) = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt}(t)$ は粒子の速度だ。この電場は、荷電粒子のクーロン力がもたらした電子ガスの分極によるものだ。電場は、ポアッソン方程式 $\nabla^2 \phi = -4\pi e \rho / \epsilon$ により計算できる。ただし、 ϕ は静電ポテンシャル、 ρ は粒子密度、 ϵ は誘電関数だ。われわれは、2次元電子

ガスとこの2次元電子ガス中の準粒子を扱っているので、粒子密度 $\rho(\mathbf{r}, z, t)$ は $z \neq 0$ でゼロになる。したがって、静電ポテンシャル $\phi(\mathbf{r}, z, t)$ は、 $z \neq 0$ でラプラス方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ を満たす。このことを考慮して、静電ポテンシャルの2次元フーリエ変換

$$\phi(\mathbf{r}, z, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \phi(\mathbf{q}, \omega) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}-q|z|-i\omega t} \quad (10)$$

を導入する。ここで、 \mathbf{q} は2次元波数ベクトルであり、 $q = |\mathbf{q}|$ はその大きさだ。

準粒子の粒子密度およびそのフーリエ変換を

$$\rho(\mathbf{r}, z, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t))\delta(z) \quad (11)$$

$$\rho(\mathbf{q}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d\mathbf{r} \int dz e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}+i\omega t} \rho(\mathbf{r}, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0(t)+i\omega t} \quad (12)$$

と定義する。

平面 $z = 0$ におけるポアソン方程式により、静電ポテンシャル

$$\phi(\mathbf{q}, \omega) = \frac{2\pi e \rho(\mathbf{q}, \omega)}{q \epsilon(q, \omega)} \quad (13)$$

が求まり、電場と速度の内積は

$$\mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega) \cdot \mathbf{v}_0(t) = \frac{2\pi e \rho(\mathbf{q}, \omega)}{q i\epsilon(q, \omega)} \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_0(t). \quad (14)$$

となる。(14) を (9) に代入すれば、単位時間あたりのエネルギー損失の式

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dt} &= -e \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega) \cdot \mathbf{v}_0(t) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0(t)-i\omega t} \\ &= -2 \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \frac{\rho(\mathbf{q}, \omega)}{i\epsilon(q, \omega)} \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_0(t) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0(t)-i\omega t} \end{aligned} \quad (15)$$

を得る。

$P(\mathbf{q}, \omega)$ を運動量移行 \mathbf{q} 、エネルギー移行 $\hbar\omega$ の遷移が起こる単位時間あたりの確率とすれば、式 (15) は $\sum_{\mathbf{q}, \omega} P(\mathbf{q}, \omega) \hbar\omega$ として考えられる。したがって、 $\sum_{\mathbf{q}, \omega} P(\mathbf{q}, \omega)$ で表される単位時間あたりの全遷移確率（位相緩和率）は、(15) の被積分関数を $\hbar\omega$ で割ることによって得られる。

$$\frac{1}{\tau_\phi}(t) = -2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \rho(\mathbf{q}, \omega) \operatorname{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right) \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_0(t)}{\hbar\omega} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0(t)-i\omega t} \quad (16)$$

定常状態の位相緩和率は、(16)を長い時間間隔 $[-T/2, T/2]$ にわたって平均すれば得られる。

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\tau_\phi} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \frac{1}{\tau_\phi}(t) \\
 &= -2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \rho(\mathbf{q}, \omega) \frac{1}{i\epsilon(q, \omega)} \\
 &\quad \times \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_0(t)}{\hbar\omega} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_0(t) - i\omega t} \right] \\
 &= \frac{-2}{\hbar T} \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} |\rho(\mathbf{q}, \omega)|^2 \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right) \quad (17)
 \end{aligned}$$

3.3 計算例

3.3.1 等速直線運動

無限に広がった2次元電子ガス中の準粒子の運動は、 \mathbf{v} を一定の速度として等速直線運動 $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{v}t$ で表される。このとき、粒子密度(12)は

$$\rho(\mathbf{q}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\mathbf{q}\mathbf{v}t + i\omega t} = 2\pi \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \quad (18)$$

となる。式(18)を(17)に代入して、デルタ関数の自乗に関する公式

$$(\delta(\omega - \omega_0))^2 = \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} dt e^{i(\omega - \omega_0)t} \right] \delta(\omega - \omega_0) = \frac{T}{2\pi} \delta(\omega - \omega_0) \quad (19)$$

を用いれば、位相緩和率

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{-2}{\hbar} \int_0^{\xi/\hbar} d\omega \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right) \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \quad (20)$$

を得る。この式は、エネルギー保存則を表すデルタ関数中の小さな反跳エネルギー $\hbar^2 q^2 / 2m$ の項を除いて、量子論による結果(3)と一致する。この無視された反跳エネルギーは主要項(5)に影響を与えない。

温度領域 $\xi \ll k_B T \ll E_f$ に対する式は、量子論と同様に、(20)の中の ξ を $k_B T$ で置き換えて、全体を2倍すれば良い。

3.3.2 反射軌道

ポテンシャルの壁によって一回反射される準粒子の位相緩和率を計算しよう。位相緩和率 (16) を長い時間間隔 $[-T/2, T/2]$ にわたって積分すれば、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} dt \frac{1}{\tau_\phi}(t) = \frac{-2}{\hbar} \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} |\rho(\mathbf{q}, \omega)|^2 \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right) \quad (21)$$

を得る。式 (21) で、 T に比例する項は定常的な位相緩和を表し、 T に依存しない項は反射の際に起きる位相緩和を表すことになる。

散乱角 2θ の粒子の古典軌道は

$$\mathbf{r}_0(t) = \begin{cases} (vt \cos \theta, -vt \sin \theta) & (t < 0) \\ (vt \cos \theta, +vt \sin \theta) & (t > 0) \end{cases} \quad (22)$$

とかける。ただし、 v は準粒子の速さだ。式 (22) を (12) に代入すれば、粒子密度のフーリエ変換

$$\rho(\mathbf{q}, \omega) = \pi \delta(qv \cos(\phi + \theta) - \omega) + \pi \delta(qv \cos(\phi - \theta) - \omega) \quad (23)$$

が得られる。ただし、主値の項を無視してデルタ関数の項のみを考慮した。この粒子密度を (21) に代入して軌道全体の位相緩和の確率

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} dt \frac{1}{\tau_\phi}(t) &= - \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right) \frac{2\pi^2}{\hbar} \\ &\times [\delta(qv \cos(\phi + \theta) - \omega) + \delta(qv \cos(\phi - \theta) - \omega)]^2 \end{aligned} \quad (24)$$

を得る。ここで、同じ引数のデルタ関数どうしの積のは T に比例する項を与え、異なった引数のデルタ関数の積は T に依存しない項を与える。式 (4) を (24) に代入して積分を実行すれば、 T に依存しない項から一回の散乱あたりの位相緩和の確率が求まる。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} dt \frac{1}{\tau_\phi}(t) = \frac{1}{4} \left(\frac{\xi}{E_f} \right) + T\text{-linear terms} \quad (25)$$

フェルミ速度を v_f 、量子ドットのサイズを L とすれば、量子ドット中の準粒子は図 2.6 のようにポテンシャルの壁に v_f/L の頻度で反射される。よって、絶対零度での量子ドット中の位相緩和率は、

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{4} \left(\frac{\xi}{E_f} \right) \left(\frac{v_f}{L} \right) \quad (26)$$

と見積もられる。また、温度領域 $\xi \ll k_B T \ll E_f$ での位相緩和率は

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_B T}{E_f} \right) \left(\frac{v_f}{L} \right) \quad (27)$$

と見積もられる。

ここで注目したいのは、反射による位相緩和率 (27) は $k_B T$ に比例するの対し、直線運動による位相緩和率 (8) は $-(k_B T)^2 \ln(k_B T/E_f)$ に比例することだ。低温では、粒子の反射による位相緩和は、等速直線運動による位相緩和より、ずっと重要になる。すなわち、位相緩和率は、高温 $\hbar L/v_f < k_B T$ では $1/\tau_\phi \propto -(k_B T)^2 \ln(k_B T/E_f)$ のように振る舞い、温度領域 $\xi < k_B T < \hbar L/v_f$ では $1/\tau_\phi \propto k_B T$ のように振る舞う。そして、低温 $k_B T < \xi$ では $k_B T$ に依存しない。

3.3.3 円運動

パリストイックな2次元電子ガスに垂直な磁場をかけると、準粒子の古典軌道は等速円運動となる。

$$\mathbf{r}_0(t) = (r_c \cos \omega_c t, r_c \sin \omega_c t) \quad (28)$$

ただし、 $\omega_c = |e|B/mc$ はサイクロトロン振動数、 $r_c = v/\omega_c$ はサイクロトロン半径である。準粒子の運動が周期的になるので、時間に関するフーリエ変換は、振動数 $\omega_n = n\omega_c$ (n は自然数) のフーリエ級数で置き換える。式 (28) を用いれば、粒子密度はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{q}, \omega_n) &= \frac{\omega_c}{2\pi} \int_{-\pi/\omega_c}^{+\pi/\omega_c} dt e^{-i\mathbf{q}r_c \cos(\omega_c t - \phi) - i\omega t} = J_n(qr_c) = J_n\left(n \frac{qv}{\omega}\right) \\ &\approx \left(\frac{2}{n\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{\left[\left(\frac{qv}{\omega}\right)^2 - 1\right]^{1/4}} \sin\left(\frac{2}{3}n \left[\left(\frac{qv}{\omega}\right)^2 - 1\right]^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned} \quad (29)$$

この粒子密度を式 (17) のフーリエ級数版に代入して、弱い磁場中での位相緩和率を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_\phi} &= \frac{-2}{\hbar} \int \frac{d\omega}{\omega_c} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{2\pi e^2}{q} |\rho(\mathbf{q}, \omega)|^2 \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{q}, \omega)} \right) \\ &= \frac{1}{\pi p_f v} \int_0^{\xi/\hbar} \omega d\omega \int_{\omega/v}^{mv/\hbar} \frac{dq}{q} \times 2 \sin^2 \left(\frac{2}{3} \frac{\omega}{\omega_c} \left[\left(\frac{qv}{\omega} \right)^2 - 1 \right]^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

ここでは、磁場が充分弱くてゼロ磁場での誘電関数が使えとした。この式は、等速直線運動の位相緩和率と比較して $2 \sin^2$ の因子だけ異なる。弱い磁場では、この $2 \sin^2$ の因子は平均値 1 を中心として激しく振動する。したがって、弱い磁場では $1/\tau_\phi|_{\text{circle}} \approx 1/\tau_\phi|_{\text{uniform}}$ が成り立つといえよう。

3.3.4 水切り運動

量子ドットにかける磁場をゼロからだんだん強くして $L/v_f < \omega_c/\pi$ とすると、準粒子の軌道は図 2.6 のような反射軌道から、図 3.1 のようにポテンシャル壁上を振動数 π/ω_c で跳ねる水切り運動へと変化する。水切り運動は、端電流状態 [24] に対応する古典軌道と考えられる。したがって、端電流状態の位相緩和率は準粒子の円運動による部分と壁での反射による部分からなる。

$$\frac{1}{\tau_\phi}|_{\text{skipp}} = \frac{1}{\tau_\phi}|_{\text{circle}} + \frac{1}{\tau_\phi}|_{\text{reflect}} \quad (31)$$

ここで、 $1/\tau_\phi|_{\text{circle}} \approx 1/\tau_\phi|_{\text{uniform}}$ であり、また、

$$\frac{1}{\tau_\phi}|_{\text{reflect}} = \begin{cases} \frac{1}{4} \left(\frac{\xi}{E_f} \right) \left(\frac{\omega_c}{\pi} \right) & (k_B T \ll \xi) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{k_B T}{E_f} \right) \left(\frac{\omega_c}{\pi} \right) & (\xi \ll k_B T \ll E_f) \end{cases} \quad (32)$$

である。反射軌道の場合と同様に、低温 $k_B T < 2\hbar\omega_c$ では反射による位相緩和が重要で、 $1/\tau_\phi \propto k_B T$ の温度依存性を示す。

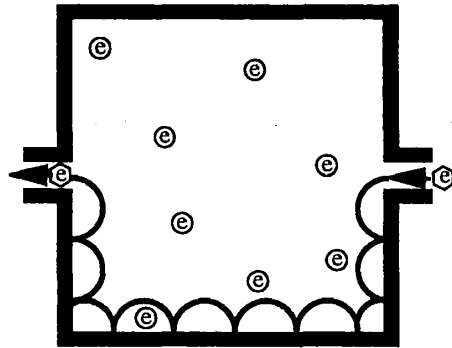


図 3.1: 水切り運動

また、水切り運動が起こるくらい磁場が強い場合、磁場に比例して反射による位相緩和率が大きくなる。単位時間あたりの反射の回数が磁場の強さに比例して増大するからだ。

3.3.5 まとめ

バリスティックな量子ドット中の任意の古典軌道に対して適用できる半古典的表式を用いて位相緩和率の計算を行った。まず、この表式を等速直線運動をする準粒子に適用し、量子論によって求めた結果と一致することを確認した。つぎに、壁で反射をする準粒子の位相緩和率をもとめた。準粒子がポテンシャル壁で散乱する際に、 $1/\tau_\phi \propto k_B T$ の温度依存性を持つ位相緩和が起きることが判った。これは、等速直線運動の準粒子の $1/\tau_\phi \propto -(k_B T)^2 \ln(k_B T/E_f)$ の温度依存性をもつ位相緩和や、拡散領域の位相緩和 [23] と対照的である。反射による位相緩和は $1/\tau_\phi \propto k_B T$ の温度依存性を持っているので、低温では等速直線運動による位相緩和より重要になる。最後に、等速円運動の位相緩和を計算して、弱磁場では $1/\tau_\phi|_{\text{circle}} \approx 1/\tau_\phi|_{\text{uniform}}$ となること、および、より強い磁場では水切り運動における反射による位相緩和が重要になることを示した。

3.4 実験との比較

最近測定された量子ドット中の位相緩和時間 τ_ϕ [17, 18] は、極低温では温度に依存しないが、温度を上げると $1/k_B T$ に比例する振る舞いを示している (図 3.2)。この温度依存性は測定結果は、われわれの半古典論の理論によって解釈できる可能性がある。観測の理論にも関わる位相緩和現象が、このように半導体微小構造を用いて実際に測定できることはたいへん興味深い。より定量的な比較のためには、誘電関数に対する、2次元電子ガスの境界の影響や磁場の影響を考慮することが重要となるだろう。

謝辞

この原稿は、J.P.Bird, M.Stopa, K.Ishibashi, Y.Aoyagi, T.Sugano の諸氏との共同研究に基づくものです。また、有益な議論をしてくださった V.V.Ponomarenko, H.Hofmann, K.Hagita の諸氏に対して心から感謝します。著者は、この研究を行うにあたって、理化学研究所の基礎科学特別研究員制度の援助を受けました。

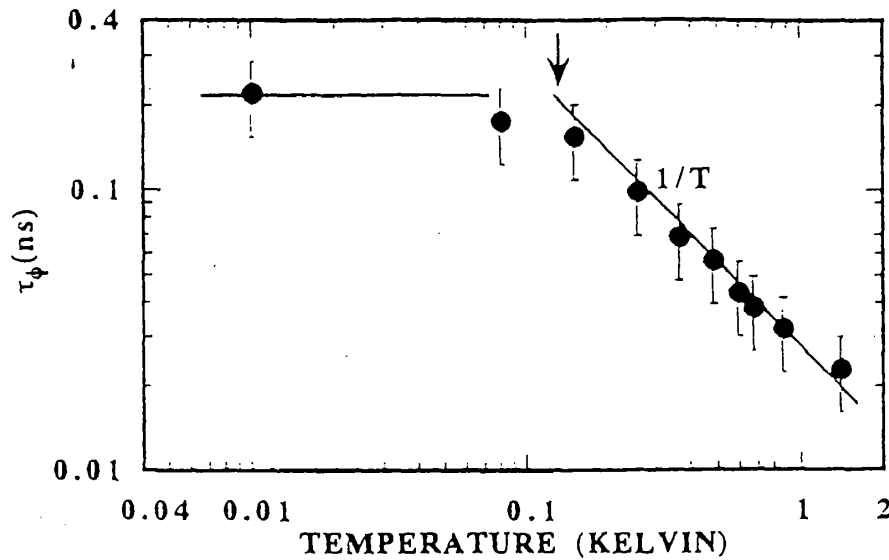


図 3.2: 位相緩和率の温度依存性 [18]

参考文献

- [1] 「量子ダイナミクス入門」 (パリティー物理学コース・クローズアップ)、飯高敏晃、(丸善、1994)。
- [2] 「統計力学」 (岩波講座・現代の物理学、第4巻)、鈴木増雄、(岩波書店、1994)。
- [3] H.U.Baranger, D.P.DiVincenzo, R.A.Jalabert, and A.D.Stone, Phys. Rev. B44 (1991) 10637.
- [4] 「現代の量子力学」、J. J. サクライ (桜井明夫訳)、(吉岡書店、1989)。
- [5] 「開放系ビリヤードにおける量子伝導」、石尾広武、(数理科学10月号、1994)。
- [6] T.Ando, Phys. Rev. B44 (1991) 8017.
- [7] L.D. Landau, Soviet Physics JETP 3 (1957) 920.
- [8] 「電子相関」 (パリティー物理学コース・クローズアップ)、川畑有郷、(丸善、1992)。

- [9] 「量子力学入門－現代科学のミステリー」 (岩波新書)、並木美喜雄、
(岩波書店、1992)。
- [10] *Introduction to Mesoscopic Physics*, Y.Imry (to be published).
- [11] A.Stern, Y.Aharonov, Y.Imry, Phys. Rev. **A41** (1990) 3436.
- [12] B.L.Altshuler, A.G.Aronov and D.Khmelnitsky, J.Phys.C**15**(1982)
7367.
- [13] H.Fukuyama, J.Phys.Soc.Jpn. **53** (1984) 3299.
- [14] F.Stern, Phys. Rev. Lett. **18** (1967) 546.
- [15] A.V.Chaplik, Sov. Phys. JETP **33** (1971) 997.
- [16] G.F.Giuliani and J.Quinn, Phys. Rev. **B26** (1982) 4421.
- [17] R.M.Clarke, I.H.Chan, C.M.Marcus, C.I.Duruöz, J.S.Harris Jr., K.Campman,
and A.C.Gossard, (preprint).
- [18] J.P.Bird, K.Ishibashi, D.K.Ferry, Y.Ochiai, Y.Aoyagi, and T.Sugano,
Phys. Rev. **B51** (1995) 18037.
- [19] T.Iitaka, J.P.Bird, M.Stopa, K.Ishibashi, Y.Aoyagi, T.Sugano, *Pro-
ceedings of the International Workshop on Nonlinear Dynamics and
Chaos*, (submitted); T.Iitaka, Phys. Rev. Lett. (submitted).
- [20] R.H.Ritchie, Phys.Rev. **106** (1957) 874.
- [21] P.M.Echenique, F.Flores, R.H.Ritchie, Solid State Physics **43** (1990)
229.
- [22] Y. H. Ohtsuki, *Charged Beam Interaction with Solids* (Taylor & Fran-
cis Ltd., London, 1983).
- [23] U.Sivan, Y.Imry, and A.G.Aronov, Europhys. Lett. **28** (1994) 115.
- [24] M.Büttiker: Phys. Rev. **B38** (1988) 9375; **B38** (1988) 12724; Phys.
Rev. Lett. **62** (1989) 229.